ОЛІМПІАДА КИЇВСЬКОГО НАЦІОНАЛЬНОГО УНІВЕРСИТЕТУ ІМЕНІ ТАРАСА ШЕВЧЕНКА:
ФАКУЛЬТЕТ КІБЕРНЕТИКИ

В олімпіаді можуть брати участь учні випускних класів середніх шкіл, ліцеїв та гімназій України, які бажають вступити на факультет кібернетики.

Олімпіада проходитиме в два тури. Перший - заочний, другий - очний.

Переможці першого туру запрошуються до участі в другому турі.

Переможці другого туру університетської олімпіади при вступі користуються пільгами, що визначаються Приймальною комісією університету.

Усі учасники олімпіади повинні надіслати поштою або передати особисто до факультету кібернетики (проспект академіка Глушкова, 4д, кімн. 29) не пізніше 18 квітня 2015 року розв'язки задач першого туру у зошиті, а також 2 поштових конверти із маркою та своєю зворотною адресою. Анкета учасника наклеюється на обкладинку зошита.

АНКЕТА УЧАСНИКА ОЛІМПІАДИ

Прізвище ____

Ім'я ____

По-батькові ______________________________________

Область ____

Місто, село ______________________________________

Номер школи, клас ________________________________

Адреса школи, телефон ____________________________

Домашня поштова адреса___________________________

Контактний телефон ______________________________

Електронна адреса (E-mail) _________________________

Зошити надсилаються за адресою:
01601, місто Київ,
вул. Володимирська, 64/13
Київський національний університет імені Тараса Шевченка,
факультет кібернетики, кім. 29
журі олімпіади 2015,
телефон для довідок (044) 259-01-39

Олімпіада факультету кібернетики
Київського національного університету імені Тараса Шевченка 2015 року

Заочний тур
(МАТЕМАТИКА)

1. Для довільного натурального n доведіть нерівність

$$\frac{3}{1!+2!+3!}+\frac{4}{2!+3!+4!}+\ldots+\frac{n+1}{(n-1)!+n!+(n+1)!}+\frac{n+2}{n!+(n+1)!+(n+2)!}<\frac{1}{2}.$$

2. Для натурального числа n позначимо через $d(n)$ кількість натуральних дільників числа, включаючи 1 та n. Знайдіть усі такі натуральні числа n, для яких у множині:

$$\{n, d(n), d(d(n)), d(d(d(n))), \ldots\}$$

немає жодного квадрату натурального числа.

3. Вписаний чотирикутник $ABCD$ має рівні строни $BC = CD$. Коло ω має центр в точці C та дотикається прамої BD, точка I – центр вписаного кола трикутника ΔABD. Доведіть, що прама, яка проходить через точку I паралельно до прямої AB дотикається до кола ω.

4. Чи можна відмітити на площині а) $n = 2015$, б) $n = 2014$ точок, так щоб на відстані 1 від кожної відміченої точки знаходилося рівно 3 відмічені точки?

5. На старій карті острову скарбів зображено порт та $2n$ міст: $A_1, B_1, A_2, B_2, \ldots, A_n, B_n$. Потрібно скласти маршрут, що починається та закінчується в порту та проходить через всі $2n$ міст. При цьому відомо, що для кожного $i = 1, \ldots, n$ жителі міста A_i ворогують з жителями міста B_i (а жителі міста B_i відповідно ворогують з жителями міста A_i), тому їх не можна відвідувати одне за одним. Скільки можна скласти різних маршрутів, що задовольняють умовам задачі?

Зауваження 1: Два маршрути однакові, якщо міста відвідуються в одній і тій самій послідовності.

Зауваження 2: Допускається відповідь у вигляді суми, де кількість доданків залежить від n.

Заочний тур
(ІНФОРМАТИКА)

До кожної запропонованої задачі слід надати алгоритм розв'язку та написати програму однією з мов програмування

1. Слон. На шахівниці розміру $n \times n$ в клітинці (a, b) стоїть слон. Слон – це шахова фігура, що ходить по діагоналі. Знайти найменшу кількість ходів, за яку слон може добратися до клітинки (c, d) якщо відомо, що на шахівниці окрім нього фігур немає. Якщо шуканого шляху не існує, то вивести -1.

2. Сума дільників. Обчислити суму дільників заданого натурального числа n. Наприклад, для $n = 6$ сума дільників дорівнює $1 + 2 + 3 + 6 = 12$.

3. Рівняння. Розв'язати рівняння $a * x + b * y = c$ для заданих цілих чисел a, b, c. Вивести лише його невід'ємні розв'язки, тобто такі пари (x, y), що $x \geq 0$ та $y \geq 0$.

4. Підмножини. Вивести усі підмножини множини $\{1, 2, \ldots, n\}$ для заданого натурального числа $n \leq 10$.

5. Многокутник. Простий многокутник (без самоперетинів) задано послідовністю його вершин в порядку обходу за чи проти годинникової стрілки. Кожна вершина задається (x, y) координатами. Знайти площу многокутника.