

Завдання з математики очного туру олімпіади факультету кібернетики

2001 рік

1. Розв'язати в додатних числах систему рівнянь

$$\begin{cases} x + y^2 + z^3 = 3, \\ x^2 + y^3 + z = 3, \\ x^3 + y + z^2 = 3. \end{cases}$$

2. Довести, що коли ($x > 1$), то виконується нерівність

$$\frac{2^x + 3^x}{3^x + 4^x} \leq \frac{5}{7}.$$

3. Балку довжиною a підвішено горизонтально за кінці на двох паралельних тросах однакової довжини b . Повернемо балку на кут φ навколо вертикальної осі, що проходить через середину балки. На скільки підніметься при цьому балка?
4. Визначити найбільшу кількість гострих кутів, що може бути в опуклому багатокутнику.
5. Визначити, які п'ятикутники можна розрізати на скінченну кількість паралелограмів.